

イオン収集効率，すなわちイオン再結合補正に関して再認識するために少し整理したいと思います．道先案内は Johns と Cunningham の「The Physics of Radiology, 4th ed.」によります．

イオン再結合補正係数を求める実務的な手法として 2 電圧法が推奨されています．このとき，電圧を選択する上での注意を最近の論文から言及します．

現在の放射線治療は加速器によることが大半であります．そこで，今回の話はパルス放射線に限定をします．また指頭形電離箱の実効電極間隔については触れませんので，標準測定法などを参考にして下さい．



イオン再結合補正：Boag 理論から最新の報告まで

電離箱を用いた線量測定において，電離箱に加える印加電圧の値とその極性および線量率により電離箱が収集する電荷量に変化が生じます．ここでは，極性効果については触れませんので，印加電圧の値と線量率でみると，例えば， Fig. 1 (Johns と Cunningham¹の Fig. 9-1 を再掲) のような変化を示す

Fig. 1 から明らかなように，線量率により印加電圧を上昇させても飽和電流に達するまでの変化が異なる．この場合の線量率はパルス放射線であるから，一定時間におけるパルス数が異なることを意味する．電離箱側で考えると，一定時間における電離密度が異なる．Fig. 1 でみると，線量率が高いほど同じ印加電圧における電離箱のイオンの収集効率が低い．電離箱を用い

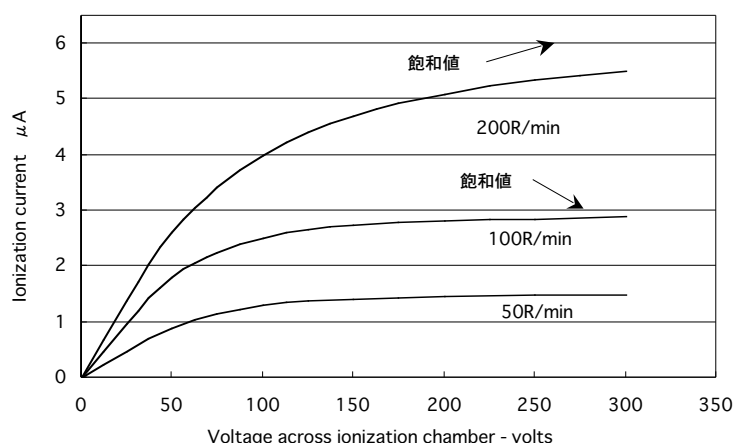


Fig.1 三つの異なる照射線量率における電離箱により測定された電離電流と印加電圧の関係．

た線量測定においては，イオン収集効率の逆数として定義されるイオン再結合補正係数によって，使用する印加電圧と線量率に応じて補正することで，真の電離電流（飽和電流）を求めなければならない．

イオン収集効率に関する研究は Boag (1950², 1987³) によってなされ，現在我々が用いているイオン再結合補正は Boag の理論によるものである．ICRU からも Report 34 (1982)⁴ として集大成された報告がある．この報告については，日本放射線技術学会で高田らにより日本語訳も出され

て、読者の便宜が計られているので参考にすると良い。今回、日本医学放射線物理学会から発刊された標準測定法 01⁵⁾においても Boag 理論から Weinhaus と Meli(1984)⁶⁾ が求めた回帰係数を用いることになった。Boag 理論については、Johns と Cunningham の説明が理解しやすいと思われるので、彼等の説明に従い基本的なメカニズムから始める。



Boag の理論式

電離によって生じた電子は、本来正イオンと比べると可動性が高い。しかし、空気中では空気分子と結びつきやすいため、正負のイオンの可動性 (k_+ と k_-) の差は縮まり、

$$k_+ \cong k_- \cong 1.8 \frac{\text{cm}}{\text{s}} \cdot \frac{\text{cm}}{\text{V}}$$

といえる。ここで、電場を ε [V/cm] とすると、イオンの速度は、

$$v_+ = k_+ \varepsilon, \quad v_- = k_- \varepsilon$$

と表せる。

通常電離箱において、この辺のイメージを具体的に示してみよう。平行平板形電離箱の電極間隔は通常 2 mm 程度である。ここに 200V の電圧が加えられたとすると、電場は $\varepsilon = 200\text{V}/0.2\text{cm} = 1000\text{V/cm}$ となり、イオンが電極間を横切る速度は $1.8[\text{cm}/(\text{s} \cdot \text{V})] \times 1000[\text{V/cm}] = 1800[\text{cm/s}]$ となる。したがって、2 mm の電極間を横切る時間は $0.2\text{cm}/1800\text{cm/s} = 0.11\text{ms}$ となる。この移動時間中にどの程度のイオンが衝突による中和によって、測定系から失われるかが問題となる。これはイオン再結合のメカニズムの中で「一般再結合」と呼ばれる部分である。これを我々は、イオン再結合補正係数を用いて、真の電離電流を求めることになる。

イオンが反対の電荷をもつイオンと再結合する確率は、二つのイオンの密集度と遭遇している時間 (t) の積に比例する。ただし、比例定数を α とする。したがって、再結合を評価する場合には、密集度が再結合によって時間と共にどのように変化するかを見なければならない。電離箱による測定は電荷 Q を対象としているので、時間 dt で再結合によって変化する単位体積当たりの密集度の変化 dQ は、素電荷 e を用いて Q を変換すると、

$$\begin{aligned} dQ &= -\frac{\alpha}{e} |p_+| \cdot |Q| dt \\ &= -\frac{\alpha}{e} Q^2 dt \end{aligned} \quad (1)$$

となる。式(1)で示された微分方程式を変数分離により両辺を積分すると、

$$\begin{aligned}\frac{dQ}{Q^2} &= -\frac{\alpha}{e} dt \\ \int \frac{dQ}{Q^2} &= -\frac{\alpha}{e} \int dt \\ Q &= \frac{Q_0}{1 + (\alpha/e)Q_0 t} \quad (t \rightarrow 0 \quad C = 1/Q_0) \quad (2)\end{aligned}$$

を得る．ここで， Q は時間 t における電荷の密集度であり， $\alpha \doteq 1.6 \times 10^{-8} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$ である．

平行平板形電離箱を用いて電離電流を測定する場合，電離箱内では正負のイオンは反対の符号の電極に引き付けられるので，ある瞬間における電離箱内のイオンの分布は，Fig. 2 に示すような正負のイオンがオーバーラップする領域をもったものとなる．正負イオンが混在するこのオーバーラップ領域の中でイオンの再結合が起こる．オーバーラップ領域の幅は，正負イオンがそれぞれ反対の方向に電極に向かって進むため，時間と共に縮小していく．したがって，イオン再結合を評価するためにはこの領域の幅の変化，すなわち寿命が必要である．Fig. 2 において，

正イオンの電極 N への移動速度は $v_+ = k_+ \frac{V}{d}$

負イオンの電極 P への移動速度は $v_- = k_- \frac{V}{d}$

となるので， t 時間後の正負イオンの辺縁と電極間の距離は，

$$x_+ = k_+ \frac{V}{d} t, \quad x_- = k_- \frac{V}{d} t$$

これより，正負イオンが混在するオーバーラップ領域の幅は，次式で与えられる．

$$x = d - (x_+ + x_-) = d - t(k_+ + k_-) \frac{V}{d} \quad (3)$$

オーバーラップ領域の寿命 t_r は，式(3)において幅 x がゼロとなる時間に等しいから，

$$t_r = \frac{d^2}{V(k_+ + k_-)} \quad (4)$$

イオンが反対の電荷をもつイオンと再結合する数は，単位体積当たりで評価すると式(1)で表される．ただし，式(1)は損失数であるので負の符号が付けられている．したがって，電離箱全体でのイオンの再結合数はオーバーラップ領域の体積で評価しなければならない．そこで，式(3)の幅に電極面積 A を乗じた体積内での全損失数 R は， $|(\alpha/e)Q_+Q_-|$ をオーバーラップ領域の寿命で積分することで得られる．ただし， $Q_+ = Q_- = Q = \text{eq.}(2)$ とする．よって，

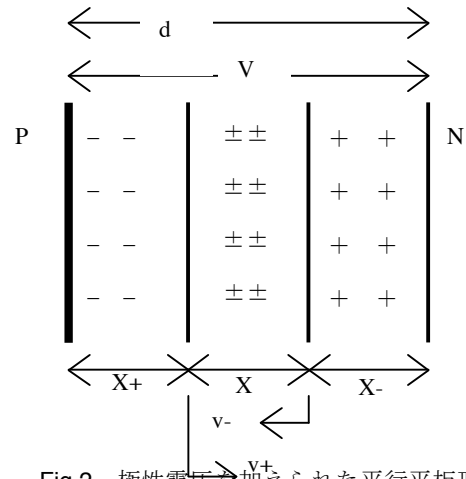


Fig.2 極性電圧が加えられた平行平板形電離箱内の正負イオン分布

$$\begin{aligned}
R &= A \int_0^{t_r} \frac{\alpha}{e} \left\{ \frac{Q_0}{1 + (\alpha/e)Q_0 t} \right\}^2 \left\{ d - \frac{V}{d}(k_+ + k_-)t \right\} dt \\
&= A Q_0 d \left[1 - p \ln \left(1 + \frac{1}{p} \right) \right] \quad (5)
\end{aligned}$$

(式(5)の展開については、参考のために末尾に示す。) ただし、

$$p = \frac{e}{\alpha}(k_+ + k_-) \frac{V}{Q_0 d^2} = \mu' \frac{V}{Q_0 d^2} \quad (6)$$

$$\mu' = \frac{e}{\alpha}(k_+ + k_-) \quad (7)$$

である。

パルス当たりのオーバーラップ領域における正負イオンの中和による密集度の変化は式(5)で与えられたので、電極により収集される電荷の割合、すなわちイオン収集効率 f は次式で表される。

$$f = 1 - \frac{R}{A Q_0 d} = p \ln \left(1 + \frac{1}{p} \right) \quad (8)$$

これまでは、Johns と Cunningham の記法に従ってきたが、一般的には Boag の記法に従い式(8)における p は u で表され、 $p=1/u$ であるので、

$$u = \mu r d^2 / V \quad (9)$$

となり、 $\mu = 3.02 \times 10^{10} \text{VmC}^{-1}$ 、 r はパルス当たりの初期電荷密度、 d は電極間隔、 V は極性電圧である。式(6)と(9)の定義の違いにより、イオン収集効率 f の一般形は、

$$f = \frac{1}{u} \ln(1 + u) \quad (10)$$

で示される。これでようやく、Boag の式に辿り着いたことになる。式(10)は $u < 0.1$ という一般的条件のもとでは、対数の一次近似により、

$$f = \frac{1}{u} \left(u - \frac{u^2}{2} + \frac{u^3}{3} - \dots \right) \cong 1 - \frac{u}{2} \quad (11)$$

我々が日常の線量測定において必要とする補正係数であるイオン再結合補正係数 k_s は、イオン収集効率の逆数であるから次のように定義される。

* μ の値について *

ICRU Report 34 より

(1) 電極間隔が 2.5 mm 以下の空気電離箱

$$\mu = 3.02 \times 10^{10} \text{Vm/C}$$

(2) 電極間隔が 1 mm 以下の空気電離箱

気体中で遊離した電子の大半は、収集電圧が高ければ、酸素に吸着して負イオンを形成することなく正の電極に到達する。しかし、このような電子の割合を正確に予測することは難しい。このような自由電子が多ければ飽和曲線の形状は変わり、 μ 値を下げる。そこで、Boag と Currant(1980)の実験より、

$$\mu = 3.22 \times 10^{10} \text{Vm/C}$$

の値が示された。

$$k_s = f^{-1} = \frac{u}{\ln(1+u)} \quad (12)$$

式(11)を用いると、 $u < 0.1$ という条件のもとで、

$$k_s \cong \left(1 - \frac{u}{2}\right)^{-1} \cong 1 + \frac{u}{2} \quad (13)$$

と簡便な一次式で表すことができる．この近似は相対的電荷損失が 5% 以下の場合には、Boag の式との偏差が 0.1% 以下で補正係数を推定できるとされる．

式(13)において $u = \mu r d^2 / V$ であるので、 μ 、 r および d を定数と考えれば、 $c = \mu r d^2$ とおくことで式(13)は次のように書き換えることができる．

$$k_s = 1 + \frac{c}{2} \cdot \frac{1}{V} \quad (14)$$

ここで、真の電離電荷を Q_s 、測定した電荷を Q とおくと、

$$k_s = \frac{Q_s}{Q} \quad (15)$$

であるから、測定時の極性電圧 V における測定電荷量 Q との関係は、次式で示すようにそれぞれの逆数において線形の関係をもち、無限大の極性電圧に対する外挿値が真の電荷量の逆数を示すことになる．

$$Q_s \cdot \frac{1}{Q} = 1 + \frac{c}{2} \cdot \frac{1}{V} \quad (16)$$

これがパルス放射線における 2 電圧法の近似解の根拠となる⁷．式(16)を Fig. 3 に模式的に示す．

Fig. 3 においてイオンの再結合がなく収集される飽和電荷は、この直線の外挿値である y 切片の値から得られる．イオン再結合補正係数は完全に収集された電荷量 Q_s

を知ることにより、任意の印加電圧における収集電荷量 Q_1 に対して次式から求めることもできる．

$$k_s = \frac{Q_s}{Q_1} \quad (17)$$

任意の照射条件において複数の電圧で測定した電荷量から、Fig. 3 に示す直線を回帰することも可能である．このような作業は、電離箱を購入時に受入試験の一つとして行わなければならない項目の一つである．その中で、その電離箱のレスポンスがどのような印加電圧の範囲で対象と

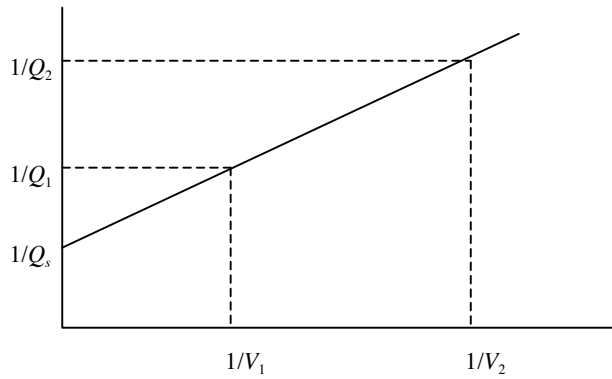


Fig.3 パルス放射線における一般再結合に対する $1/Q$ と $1/V$ の線形外挿

した測定条件において線形性が言えるのかを確認することは重要なことである．これについては後述する．ここでは，まずパルスビームにおける $1/Q$ と $1/V$ の線形関係を前提として，任意の二つの電圧による測定値からイオン再結合補正係数を求める方法について考えてみる．

Fig. 3 の表記に基づく， $1/Q$ と $1/V$ の線形性より，

$$\frac{1/Q_1 - 1/Q_s}{1/V_1} = \frac{1/Q_2 - 1/Q_1}{1/V_2 - 1/V_1}$$

$$\frac{Q_s - Q_1}{Q_s} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_2} \cdot \frac{V_2}{V_1 - V_2} \quad (18)$$

式(18)の左辺は，イオン再結合によって失われる電荷の割合を表しているので，

$$Q_1 = \left(1 - \frac{Q_1 - Q_2}{Q_2} \cdot \frac{V_2}{V_1 - V_2} \right) \cdot Q_s$$

$$\therefore k_s = \frac{Q_s}{Q_1} = \left(1 - \frac{Q_1 - Q_2}{Q_2} \cdot \frac{V_2}{V_1 - V_2} \right)^{-1} \quad (19)$$

となる．これより，任意の二つの電圧 V_1 と V_2 で得られた測定量 Q_1 と Q_2 から，その照射条件におけるイオン再結合補正係数を求めることができる．ただし，式(19)を適用するためには，前提条件として $1/V$ と $1/Q$ の間の直線関係が必要である．

式(19)は近似により， $k_s < 1.03$ という条件のもと次式で表すこともできる．

$$k_s = 1 + \frac{Q_1 - Q_2}{Q_2} \cdot \frac{V_2}{V_1 - V_2} \quad (20)$$

この近似式は標準測定法 01 に示されている．標準測定法 01 で採用した Weinhaus と Meli の係数を用いた評価式に対する式(19)と(20)の誤差を Fig. 4 に示す．通常の電離箱の Q_2/Q_1 の変化する範囲においては，この二つの式による誤差に差はない．

続いて，Boag の理論に基づく測定値の解析法に関する最近の二つの論文を紹介する．その主たる部分は，2 電圧法において決定的な条件は測定する二つの電圧の選択である．通常，個々の電離箱に対して推奨される極性電圧が示されている．しかし，2 電圧法で必要となるもう一方の電圧については，電圧比が 2.0 以上ということ以外に具体的な指示はない．そこで何を基準に我々は極性電圧を選択すれば良いのかということになる．これには“ $1/V$ と $1/Q$ の間の直線関係”という条件も密接に関係してくる．

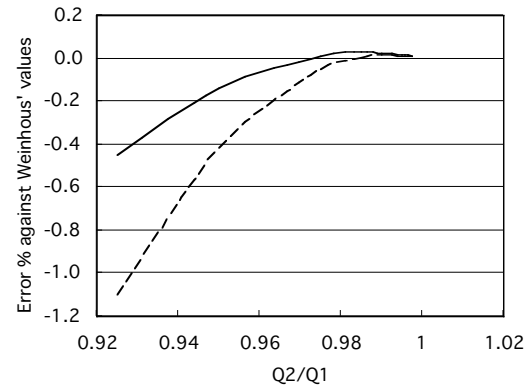


Fig.4 Weinhaus と Meli によるイオン再結合補正係数に対する式(19)と(20)による評価値の誤差%．実線は式(19)，破線は式(20)．

パルス光子ビームにおける指頭形電離箱の飽和補正係数の測定

K. Derikum and M. Roos, "Measurement of saturation correction factors of thimble-type ionization chambers in pulsed photon beams," Phys. Med. Biol. 38, 755-763, 1993.

個々の電離箱に対して我々がまず測定によって確認しなければならないことは、適当な範囲の印加電圧における測定電荷量の変化を知ることである。パルス放射線に対する測定電荷量の変化は、ここでみたように Boag 式の近似より $1/V$ に対して $1/Q$ は線形であった。測定結果がこの線形性を十分満たすものであれば問題はないが、線形性が完全ではない場合もある。例えば、Derikum と Roos⁸は、8MV と 18MV のパルス光子ビームに対する幾つかの指頭形電離箱の応答特性が Fig. 5 の場合もあることを報告している。また、Fig. 5 に示した電離箱の情報を Table 1 に示す。

Fig. 5 に示す例では、M23331 と PR06C が一般的な指頭形電離箱である。M23332 は電極間隔が狭い小型の電離箱である。形状的には似ている M23331 と PR06C において、レスポンスの線形性は M23331 では低い極性電圧側で、PR06C は逆に高い電圧側で崩れている。電極間隔の狭い M23332 においては、 $1/Q$ の変化はかなり特徴的なものである。

Derikum と Roos はこの要因を、Boag の式の一次近似式を構成するパラメータをもとに実験的に解析した。式(13)より、

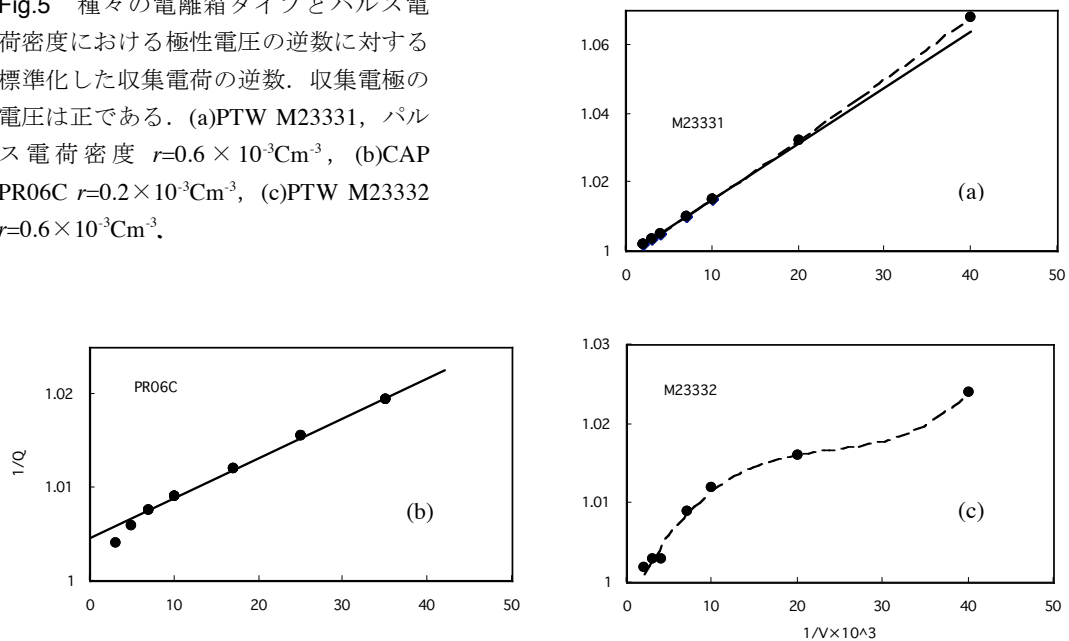
$$k_s = 1 + \frac{u}{2} = 1 + \frac{\mu r d^2}{2V} \quad (21)$$

において、パラメータ $\mu r d^2$ は定数 μ 、照射条件依存の r および電離箱依存の d によって

Table 1. Drikum と Roos が示した Fig.5 の電離箱の推奨極性電圧 V 、空洞（外側電極）の半径 a と中心電極の半径 b 。

	V (V)	a (mm)	b (mm)
M23331	500	4.00	0.75
PR06C	300	3.20	0.80
M23332	500	2.50	1.00

Fig.5 種々の電離箱タイプとパルス電荷密度における極性電圧の逆数に対する標準化した収集電荷の逆数。収集電極の電圧は正である。(a)PTW M23331, パルス電荷密度 $r=0.6 \times 10^{-3} \text{Cm}^{-3}$, (b)CAP PR06C $r=0.2 \times 10^{-3} \text{Cm}^{-3}$, (c)PTW M23332 $r=0.6 \times 10^{-3} \text{Cm}^{-3}$ 。



構成される．そこで r を変数としたときの k_s の変化を測定し，次式で回帰させた．ただし，ここで c_0 は初期再結合による寄与分で，0.1%以下である．

$$k_s - 1 = cr + c_0 \quad (22)$$

この回帰係数 c は $(u/r)_{\text{fit}} = 2c$ であり，Boag の理論値 $(u/r) = \mu d^2/V$ と比較した．その結果を彼等が対象としたすべての電離箱のデータも含めて Table 2 に示す．

Table 2. 6 個の電離箱タイプの Table 1 に示す極性電圧 V におけるパルス電荷密度 r に対する測定したイオン再結合補正係数 k_s ．補正は $k_s > 1.003$ で有効であり， r は 10^3Cm^{-3} 単位である．等価電極間隔は電離箱の構造から計算し，それより得られるパラメータ u/r を，データへの回帰から得た対応する値と比較する．

	$k_s - 1$ (%)	d (mm)	d_{fit} (mm)	(u/r) ($10^3 \text{m}^3 \text{C}^{-1}$)	$(u/r)_{\text{fit}}$ ($10^3 \text{m}^3 \text{C}^{-1}$)
NE2561	$0.09 + 0.68 r$	3.02	3.0	1.38	1.36
NE2571	$0.10 + 0.35 r$	2.98	3.0	0.67	0.70
PR06C	$0.07 + 0.29 r$	2.58	2.4	0.67	0.58
M23331	$0.06 + 0.38 r$	3.59	3.5	0.78	0.76
M23332	$0.06 + 0.08 r$	1.55	1.5	0.15	0.16
M233641	$0.06 + 0.15 r$	2.50	2.2	0.38	0.30

Fig. 5 に示した曲線を Derikum と Roos は“extrapolation curve”と，また IAEA TR-381⁹では Jaff  の図とも呼んでいる．Fig. 5 において特徴的な挙動を示した個々の電離箱について，Derikum と Roos は以下のような見解を示している．

PTW M23331 電離箱は 10^{-5}Cm^{-3} 以下の電荷密度において印加電圧 100V 以下の場合に，線形性から有意な変位を示す．Fig. 5(a) の補正された電荷を求める回帰直線を得る上で，低電圧のデータは含めていない．このデータを含めるとすると，線形回帰やあるいは二次回帰は飽和補正係数に関して不正確な結果を生む．このような電離箱に対して電圧比が $V_1/V_2 > 5$ といった 2 電圧法を適用することはできない．低電圧のデータを含めないイオン再結合補正係数は，Table 2 に示すように (u/r) の理論値と式(22)により求めた回帰値との一致から良く合致している．この電離箱の電極間隔は調べた電離箱の中でもっとも広い (Table 1)．したがって，任意の印加電圧における電場強度はもっとも低い．このような強度では再結合だけでなく，電極に向かう電荷の拡散によっても電荷が失われる．拡散による電荷の損失は，平行平板形電離箱の場合 25V の極性電圧で約 0.2% と推定されている (Boag 1987)．この電離箱の Fig. 5(a) の 25V における直線からの変位は約 1% と大きい，電荷の拡散による影響と説明できる程度の変位量である．

CAP PR06C 電離箱の外挿直線は高い印加電圧で有意な変位がみられる．このような場合には，外挿曲線の直線部分を無限電圧まで外挿することにより (Fig. 5 の (b))，電荷損失は補正される．しかし，Fig. 5(b) から分かるように，高い印加電圧における収集電荷の逆数と無限大電圧における外挿値の関係から， $k_s = Q_p/Q$ 式で与えられる理論からはあり得ない 1.0 以下の k_s の値を得る

ことになってしまう。

PTW M23332 電離箱は Fig. 5(c) から明らかなように、線形な部分はない。曲線の曲がり具合は個々の電離箱で異なるが、低いパルス電荷密度で収集電極の極性が正の場合に強調される。この挙動は再結合のみでは説明することができないし、この曲線の外挿によって補正係数を導くことはできない。

CAP PR06C と PTW M23332 の電離箱における高い極性電圧における電離電流は、Boag の一般再結合理論から予想される値よりも高い。これは指頭形電離箱において最大の電場強度となる中心電極先端を起点とした衝突によって生じるイオン増殖によるであろう。電場が局所的に増強される部分は、鋭い先端をもつ部分やその他の機械的に不完全な部分である。Boag(1987)によれば、電導体表面が滑らかでないような領域でも、局所的な電場の増強が起こる。このような領域では電極に向かって電子が放出され、電離電流の測定値を増加させることになる。このようなことから、PR06C (Fig. 5(b)) では低電圧領域の測定データから直線回帰をしている。この外挿直線は上記の影響を補正した飽和電流値を示す。

PTW M23332 電離箱は電極間隔が狭い。したがって、本来の電場強度も高く、再結合損失も非常に少ないと予想される。その一方で、先に述べた局所的な電場強度の増強も高いので、測定電流の過大を招くことになる。



平行平板形 NACP 電離箱のパルス電子ビームにおけるイオン再結合補正

D. T. Burns and M. R. McEwen, "Ion recombination corrections for the NACP parallel-plate chamber in a pulsed electron beam," Phys. Med. Biol. 43, 2033-2045, 1998.

これまで日本では平行平板形電離箱として一般に Markus 電離箱が用いられることが多かった。この電離箱は良く知られているように、極性効果が大きく、それが一つの欠点であった。この欠点を克服した平行平板形電離箱として北欧の線量評価プロトコルで採用された Scanditronix 社製の NACP 電離箱（これと同じ型式で Calcam という名称の電離箱が Finnish company Dosetek 社から販売されている。Calcam は Scanditronix 社製の NACP 電離箱と比較すると電離箱の個体差が若干あるとの報告もあるので注意が必要である¹⁰⁾）と PTW 社の Roos 電離箱が製作された。また、Markus 電離箱も改良版が販売された。

この論文では英国において臨床の線量評価に対して推奨されている平行平板形電離箱の一つである NACP 電離箱のイオン再結合補正に関して報告している。先の Derikum と Roos の報告とは対象としている電離箱タイプと放射線の種類が異なる。基本的に Boag の理論式に基づいた評価をしていることは同じである。しかし、主張を展開する便宜上、若干の表記に違いがある。これまでの式を重複して提示することになるが、それについては了解をいただき、具体的にみてみよ

う．

パルス放射線における一般再結合に関する Boag 理論による一般再結合補正係数を k_{gen} と表すと，次式で定義される．

$$k_{\text{gen}} = \frac{I_s}{I} = \frac{u}{\ln(1+u)} \quad (23)$$

ここで， I は極性電圧 V で得た電離電流， I_s は真の飽和電流である．また，変数 u をここでは次のように定義する．

$$u = \frac{\mu d^2 q_p}{V} \quad (24)$$

ここで， d は電離箱電極間隔， μ は気体依存の定数， q_p は各パルスにおいて単位体積当たり空中で遊離する電荷である． q_p は収集体積内の空気に対する平均吸収線量 $D_{\text{air},p}$ と次式で示す関係にある．

$$q_p = \frac{\rho_{\text{air}}}{(W/e)} \cdot D_{\text{air},p} \quad (25)$$

ここで， ρ_{air} は空気の密度である．式 (23) と (24) を利用するとき， $1/V$ と $1/I$ の関係が線形であることを用いるのは，この論文でも同じである．この外挿曲線もしくは飽和曲線には，初期再結合と一般再結合が組み合わさった影響が含まれている．ただし，初期再結合はパルス当たりの線量には独立であるので，一般再結合補正とは区別される．初期再結合 k_{init} の中には，分離が不可能なイオン拡散の影響も含まれていると仮定すると，全イオン再結合補正係数 k_{ion} は次のように定義される．

$$k_{\text{ion}} = k_{\text{init}} + k_{\text{gen}} = k_{\text{init}} + \left(1 + \frac{u}{2}\right)$$

ここでパルス当たりの線量がゼロに向かうと u もゼロに向かい，このときの k_{ion} は k_{init} に向かう．したがって，

$$k_{\text{ion}} \cong k_{\text{init}} + \frac{u}{2} \quad (26)$$

と定義する方が，实际的である．以上より，通常用いる極性電圧 V_u での $k_{\text{ion}}(V_u)$ は，

$$k_{\text{ion}}(V_u) \cong k_{\text{init}}(V_u) + \frac{\mu d^2 \rho_{\text{air}}}{2V_u(W/e)} \cdot D_{\text{air},p} \quad (27)$$

となる．ここで，一連のパルス当たりの線量 $D_{\text{air},p}$ において， $k_{\text{ion}}(V_u)$ を $(1/I \text{ vs. } 1/V)$ 法から求めるならば， $k_{\text{ion}}(V_u)$ と $D_{\text{air},p}$ の図は， y 切片が $k_{\text{init}}(V_u)$ ，傾きが次式で示される $C_{\text{gen}}(V_u)$ の直線であろう．

$$C_{gen}(V_u) = \frac{\mu d^2 \rho_{air}}{2V_u(W/e)} \quad (28)$$

以上のような理論的準備のもとで, Burns と McEwen は NACP 平行平板形電離箱がもつ潜在的な問題を評価し, それを克服する方法を示そうとしている. また, この実験の中で, タイプが同じ電離箱においても個体差があることが分かり, それは空洞の大きさの相違によるというのがもつとも妥当な説明であることを示している.

彼等の実験は 240pps, パルス幅 $0.2 \mu s$ の 12, 16, 19MeV の電子線を用い, Scanditronix 社の NACP02 電離箱 4 本(N3009, N3701, N3702, N3404), NACP Calcam 電離箱 2 本(C1136, C1137)を対象に行った. 測定はグラファイトファントム中の基準深 $d_{ref,g}$ に電離箱の測定実効点を配置して行った. これらの明細を Table 3 に示す. 電圧の切り替えによる測定系の安定を得るために待機時間を必要とする測定であるので, モニタ電離箱も並列して配置し, 加速器の出力変動を処理している.

Scanditronix NACP02 に対する $D_{air,p}$ は 0.07 mCy から 0.9mGy であり, 240pps において線量率は 1-13Gy/min とした. Calcam 電離箱の C1136 については 3mGy/pulse, C1137 については 12mGy/pulse と高く設定した. 印加電圧は, C1137 以外は 40-100V である.

Boag 理論に基づく $1/I$ と $1/V$ の間の線形性は, Fig. 6 に示すように NACP 電離箱では確認された. このときの $D_{air,p}$ は 0.43mGy であり, 例えば Varian 2100C の電子線における値とほぼ同じものである. Fig. 6 の電離箱電流は Boag 式で求めた飽和電流 I_s で標準化している. Fig. 6 で得られた $k_{ion}(100V)$ の値を種々の $D_{air,p}$ の値で測定した. その結果を Fig. 7 に示す. それは Calcam を含めたすべての NACP 電離箱において, 式(27)の線形の関係を示すものであった. Fig. 7 に示す線形回帰において, y 切片は初期再結合補正係数 $k_{init}(100V)$ であり, 直線の傾きは一般再結合補正係数 $C_{gen}(100V)$ となる. このような方法で求めた $k_{ion}(100V)$ の値は, 予想通りパルス当たりの線量のみ依存し, 電子線エネルギーには依存しない.

タイプは同じであるが製造会社の異なる NACP Calcam 電離箱における Fig. 6 と同じ測定におけ

Table 3. 公称エネルギーに対する各パラメータの値. 阻止能比は ICRU(1984)より, グラファイトの密度を 1.7gcm^{-3} として導いている.

Nominal energy (MeV)	$R_{50,w}$ (cm)	$R_{p,w}$ (cm)	$d_{ref,g}$ (gcm^{-2})	$s_{air,g}$
12	4.15	5.02	2.74	1.088
16	5.63	6.80	3.75	1.104
19	6.52	7.83	4.32	1.112

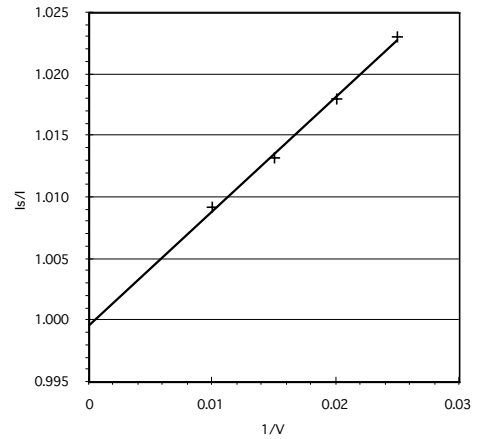


Fig.6 極性電圧 V の逆数に対する電離箱電流 I の逆数.

る結果は、NACP02 とは異なる傾向を示した

(Fig. 8). 極性電圧 100V 以上において明らかな直線からの乖離が見られる. このときの $D_{\text{air},p}$ は 0.14mGy である. この図からも明らかなように, イオン収集効率を高めるために印加電圧を上げることが必ずしも妥当でない場合があるということが分かる. あるいは, イオン再結合補正係数を算出するための簡便法として 2 電圧法があるが, この電圧の値をどこに設定するかということのときに, Fig. 8 で示されるような特性をもつ電離箱では, ここに示された結果が参考になるものと思われる.

Burns と McEwen は解析で用いた式(28)の係数が, タイプが同じ電離箱においても個々で異なることから, 式(28)における電離箱依存のパラメータ d を実効電極間隔 d_{eff} として導き, 公称値との比較を試みている. すなわち, 式(28)より d_{eff} は次式で導かれる.

$$d_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{2V_u(W_{\text{air}}/e)C_{\text{gen}}(V_u)}{\mu\rho_{\text{air}}}} \quad (29)$$

$$= 4.32 \times 10^{-4} \sqrt{C_{\text{gen}}(100\text{V})}$$

ただし, 彼等が用いた定数の値は $V_u=100\text{V}$, $\mu=3.02 \times 10^{10}\text{Vm/C}$ (ICRU 1982), $W_{\text{air}}/e=33.97 \text{ J/C}$ (CCEMRI 1985), $\rho_{\text{air}}=1.205\text{kgm}^{-3}$ (標準の温度気圧条件で) である. ここで, $C_{\text{gen}}(100\text{V})$ は Gy^{-1} 単位, d_{eff} は m 単位である.

式(25)の単位体積当たりの各パルスで遊離する電荷 q_p は, 各パルスで遊離した電荷 Q_p と実効収集体積 $\pi r_{\text{eff}}^2 d_{\text{eff}}$ (r_{eff} は実効電極間隔が d_{eff} のときの収集体積の実効半径) の比率として表される. また, 電荷 Q_p は空気吸収線量校正定数 $N_{D,\text{air}}$ と次のような関係にある.

$$D_{\text{air},p} = Q_p \cdot N_{D,\text{air}} \quad (30)$$

したがって,

$$q_p = \frac{Q_p}{\pi r_{\text{eff}}^2 d_{\text{eff}}} = \frac{D_{\text{air},p}}{\pi r_{\text{eff}}^2 d_{\text{eff}} N_{D,\text{air}}} \quad (31)$$

と表せる. 式(31)は(25)と同値であるから,

$$r_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{(W_{\text{air}}/e)}{\pi\rho_{\text{air}}d_{\text{eff}}N_{D,\text{air}}}} = 3.00 \sqrt{\frac{1}{d_{\text{eff}}N_{D,\text{air}}}} \quad (32)$$

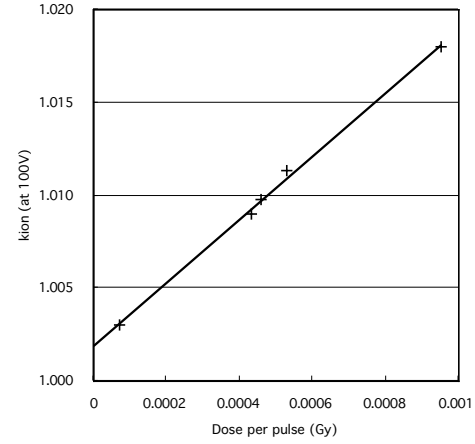


Fig.7 N3701 電離箱に対する極性電圧 100V のパルス当たりの空気吸収線量に対する全再結合補正係数 k_{ion} . 各パルス当たりの線量における補正係数は 40-100V の極性電圧で Boag の回帰を用いて評価した. 実線はデータに対する直線回帰である.

と実効半径を導くことができる. ただし, d_{eff} はm単位, $N_{d,\text{air}}$ は GyC^{-1} 単位, r_{eff} はm単位である.

Boag 理論で用いる電離箱パラメータは電離箱のタイプ別の公称値であるが, 式(29)と(32)を用いることにより, 実効の電極間隔と半径を算出することも可能である. Burns と McEwen はこれらの式から得た値をもとに, 個々の電離箱のサイズの製造上の安定性について触れ, Scanditronix 社の NACP02 電離箱を推奨している. Burns と McEwen は測定をグラファイトファントム中に行っている, この NACP 電離箱は耐水性であるので水中測定においても都合が良い.

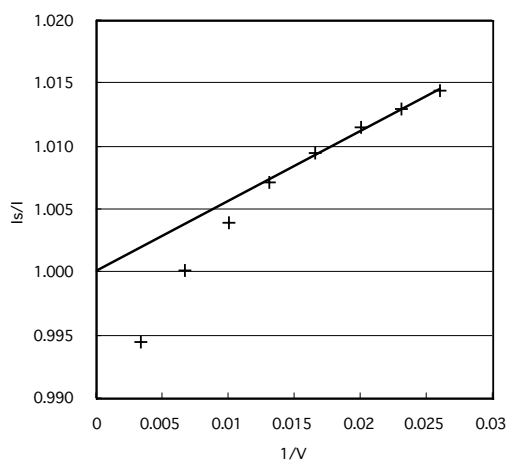


Fig.8 空気に対するパルス当たりの線量 0.14mGy における C1136 電離箱の極性電圧の逆数に対する電離箱電流の逆数.



日常行うイオン再結合補正について

一般にイオン再結合補正係数は小さく, 単純に 2 電圧法を適用して補正係数を求めることが多い. 今回紹介した論文より, 注意しなければならない問題があることが再認識された. これを機会にイオン再結合補正係数に関する事項を以下にまとめてみた.

- 1) 新しい電離箱を購入時には, 広い範囲の印加電圧で電離電流の測定を行う. その結果を $1/V$ に対する $1/I$ の図を作成し, 全体的変化の傾向を把握する. ただし, 最大電圧は電離箱の仕様書にある最大許容電圧を超えてはならない.
- 2) 上記で得られた $1/V$ に対する $1/I$ の図より, 両者の関係が線形である領域のデータを用いて一次回帰式を求めることにより飽和電流は簡単に求めることができる. また, 同時に経年的な変化を調べる場合には, 日常使用する電圧とこの直線領域にあるもう一つの電圧を用いた 2 電圧法により, 測定時間を短縮して変化の有無を確認することができる.
- 3) 収集効率が高ければ良いという考えから, 印加電圧をむやみに上げることは必ずしも妥当であるとは言えない. すなわち, そのような電圧値が必ずしも $1/V$ に対する $1/I$ の図において直線領域にあるとは限らないからである. このことは, 特に近年臨床で用いる機会の増えた電極間隔の狭い微少有効体積の電離箱において言える.
- 4) 実際的には, 本文の中の Fig. 5(b) や Fig. 8 に示した直線からの乖離がみられる電離箱において, 高電圧が例えば電離箱の推奨電圧である場合には, 直線領域から求めたイオン再結合

補正係数と直線領域から外れた推奨電圧のデータも含めた回帰によるイオン再結合補正係数の相違について確認した上で、いずれを用いるかを判断すべきである。すなわち、飽和電流の値によっては、必ずしも直線領域にある電圧を日常用いるべきであるという結論には至らない場合もある。

- 5) 今回示した $1/V$ に対する $1/I$ の直線性に基づく方法は、2 電圧法における妥当な電圧を選択する上での客観的な指標となる。

-
- ¹ H. E. Johns and J. R. Cunningham, "The Physics of Radiology," 4th ed.
² J. W. Boag, "Ionization measurements at very high intensities, I. Pulsed radiation beams," Br. J. Radiol. 23, 601-611, 1950.
³ J. W. Boag, "Ionization chambers. The Dosimetry of ionizing Radiation vol. II ed. K. R. Kase, B. E. Bjärngard and F. H. Attix (London Academic) pp 169-243.
⁴ ICRU, "The Dosimetry of Pulsed Radiation," ICRU Report 34, 1982.
⁵ 日本医学放射線物理学会, "外部放射線治療における吸収線量の標準測定法 (標準測定法 01) 通商産業研究社 2002
⁶ M. S. Weinhaus and J. A. Meli, "Determining P_{ion} , the correction factor for recombination losses in an ionization chamber," Med. Phys. 11, 846-849, 1984.
⁷ F. H. Attix, "Determination of A_{ion} and P_{ion} in the new AAPM radiotherapy dosimetry protocol," Med. Phys. 11, 714-716, 1984.
⁸ K. Derikum and M. Roos, "Measurement of saturation correction factors of thimble-type ionization chambers in pulsed photon beams," Phys. Med. Biol. 38, 755-763, 1993.
⁹ IAEA technical Reports series No. 381, "The use of plane parallel ionization chambers in high energy electron and photon beams," 1997.
¹⁰ D. T. Burns and M. R. McEwen, "Ion recombination corrections for the NACP parallel-plate chamber in a pulsed electron beam," Phys. Med. Biol. 43, 2033-2045, 1998.

付録：本文中のイオン再結合数の積分である式(5)の展開

$$R = A \int_0^{t_r} \frac{\alpha}{e} \left\{ \frac{Q_0}{1 + (\alpha/e) Q_0 t} \right\}^2 \left\{ d - \frac{V}{d} (k_+ + k_-) t \right\} dt \quad (A. 1)$$

オーバーラップ領域の寿命 t_r は、式(4)より、

$$t_r = \frac{d^2}{V(k_+ + k_-)}$$

であったから、

$$d - \frac{V(k_+ + k_-)}{d} t = d \left(1 - \frac{t}{t_r} \right)$$

また、演算を容易にするために

$$Q' = \frac{\alpha Q_0}{e}$$

とおくと、式(A. 1)は、

$$\begin{aligned}
R &= AdQ_0Q' \int_0^{t_r} \left(1 - \frac{t}{t_r}\right) \frac{dt}{(1+Q't)^2} \\
&= \frac{AdQ_0Q'}{t_r} \int_0^{t_r} \frac{(t_r - t)}{(1+Q't)^2} dt
\end{aligned}$$

ここで、分数関数の積分を簡単にするために変数変換をする。すなわち、

$$1 + Q't = s \quad \text{とおくと}$$

$dt = ds/Q'$ ，また積分区間は $t=0 \rightarrow s=1$ ， $t=t_r \rightarrow s=1+Q't_r$ となる。よって、

$$\begin{aligned}
R &= \frac{AdQ_0Q'}{t_r} \int_1^{Q't_r+1} \frac{t_r - (s-1)/Q'}{s^2 Q'} ds \\
&= \frac{AdQ_0}{t_r Q'} \int_1^{Q't_r+1} \left(\frac{Q't_r + 1}{s^2} - \frac{1}{s} \right) ds \\
&= \frac{AdQ_0}{t_r Q'} \left[-\frac{Q't_r + 1}{s} - \ln s \right]_1^{Q't_r+1} \\
&= AdQ_0 \left\{ 1 - \frac{1}{Q't_r} \ln(Q't_r + 1) \right\}
\end{aligned}$$

ここで、変数変換を戻し、また Cunningham は $p = \frac{e}{\alpha}(k_+ + k_-) \frac{V}{Q_0 d^2}$ とおいたので、

$$R = AdQ_0 \left[1 - p \ln \left(1 + \frac{1}{p} \right) \right]$$

■